2Б

УДК 004.896, 004.627

А.В. Бернштейн[1], Е.В. Бурнаев[2], Е.А. Дорофеев[2], Ю.Н. Свириденко[3], С.С. Чернова[1]
[1]Институт системного анализа РАН, г. Москва, Россия
[2]Институт проблем передачи информации РАН, г. Москва, Россия
[3]Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, Россия
a.bernstein@irias.ru, chernova@cpt-ran.ru, burnaev@iitp.ru, e.dorofeev@irias.ru, ysviridenko@yandex.ru

О решении некоторых задач анализа данных, возникающих при построении адаптивных суррогатных моделей сложных объектов

В статье проведен обзор основных задач анализа данных, возникающих при создании адаптивных суррогатных моделей сложных объектов. Подробно рассмотрены методологические основы подходов к решению задач: 1) снижения размерности данных при создании математических моделей описания объектов; 2) аппроксимации зависимостей при создании суррогатных моделей.

В процессе проектирования и создания сложных технических многокомпонентных систем рассматриваются и сравниваются различные технические решения, касающиеся структуры систем, механизмов их функционирования, выбора параметров и других элементов объекта. Для сравнения решений и выбора оптимального (рационального) решения создаются основанные на знаниях системы поддержки инженерных решений, в основе которых лежит широкий спектр различных когнитивных технологий. Для таких решений необходимо уметь сравнивать характеристики (свойства) объекта для различных вариантов его построения и в различных условиях функционирования. Ограниченные возможности проведения натурных и вычислительных экспериментов для получения значений характеристик для различных вариантов проектируемого объекта, а также низкая точность эвристических инженерных методов делают актуальной проблему создания технологий, основанных на упрощенных моделях и позволяющих в режиме реального времени проводить сравнение большого числа вариантов построения сложных технических объектов с обеспечением требуемой достоверности выводов.

Одной из таких востребованных технологий является когнитивная технология быстрых расчетов [1], позволяющая строить основанные на данных так называемые суррогатные адаптивные модели. Построенные модели фактически имитируют (заменяют) как источники получения данных об объекте, основанные на некоторой исходной (полноразмерной или упрощенной) модели, так и сами модели, созданные на основе изучения физических феноменов, описывающих процессы функционирования объектов. Обе модели (исходная и суррогатная) должны иметь один и тот же набор входных и выходных данных, а результаты обеих моделей (для одних и тех же входных данных) должны быть близкими.

Для создания адаптивных моделей необходимо решение ряда новых теоретических задач. Наряду с универсальными когнитивными технологиями, такими, как технологии искусственного интеллекта, извлечения данных (Data Mining), моделирования и анализа данных и др., когнитивная технология быстрых расчетов включает в себя предметно-

ориентированные компоненты, основанные на решении новых математических задач анализа и обработки многомерных данных (снижения размерности, аппроксимации зависимостей, оценивание точности и др.).

Цель данной статьи состоит в том, чтобы провести краткий обзор основных задач анализа данных, возникающих при создании адаптивных суррогатных моделей сложных объектов, и подробно рассмотреть методологические основы подходов к решению задач: 1) снижения размерности данных при создании математических моделей описания объектов; 2) аппроксимации зависимостей при создании суррогатных моделей.

1. Концепция создания суррогатных адаптивных моделей

Основная концепция создания суррогатных адаптивных моделей заключается в следующих положениях [1]:

1. Характеристика объекта (Z), определяющая свойства объекта в некоторых условиях, может быть описана в виде функциональной зависимости Z = F(X, Y), где переменная X описывает сам объект, а переменная Y задает условия функционирования объекта (параметры управления объектом, параметры внешней среды). Например, аэродинамические характеристики самолета (коэффициенты сил, моментов, сопротивлений и др.) в условиях крейсерского полета являются функцией, зависящей от формы поверхности самолета (X) и параметров режима полета и управления (Y) (например, скорости, углов атаки и скольжения и др.).

2. Функция F является неизвестной, и для ее вычисления проводятся натурные или вычислительные эксперименты, то есть значения функции вычисляются с использованием моделей. Пусть M – некоторая модель (способ, функция), позволяющая вычислять приближенное значение $Z_M = F_M(X, Y)$ характеристики Z для входных данных (X, Y). Если функции F_M и F близки друг к другу в некоторой метрике:

$$F_M(X, Y) \approx F(X, Y), \quad (1)$$

то можно считать, что модель M достаточно адекватна реальности.

3. Имеется некоторое количество измерений

$$\Sigma = \{(X_i, Y_i, Z_i = F_i(X_i, Y_i)), i = 1, 2, \dots \}, \quad (2)$$

где значение $Z_i = F_i(X_i, Y_i)$ характеристики Z получено методом M_i для объекта, имеющего описания X_i, в условиях функционирования Y_i. Предполагается, что имеющиеся измерения имеют приемлемую точность, то есть $F_i(X_i, Y_i) \approx F(X_i, Y_i)$.

4. По известному множеству Σ (2) с использованием тех или иных математических методов анализа и обработки данных строится функция $F_S(X, Y)$, значение которой принимается в качестве приближенного значения характеристики Z для объекта с описанием X в условиях функционирования Y.

Если все значения в множестве Σ (2) получены при помощи одной и той же модели M и

$$F_S(X, Y) \approx F_M(X, Y), \quad (3)$$

то построенная функция F_S может рассматриваться как «заменитель» (суррогат) функции F_M. Методы вычисления характеристик с использованием таким образом построенных функций носят название суррогатных моделей.

Если получение данных с помощью модели M (функции F_M) является существенно более затратным (по времени, стоимости и/или другим показателям) по сравнению с построенной моделью S (функцией F_S), то построенную суррогатную модель S = S(M) можно в дальнейшем использовать вместо модели M для вычисления приближенных значений неизвестной функции F(X, Y).

Базируясь на вышеизложенной концепции, можно определить основные этапы и задачи построения суррогатных моделей.

2. Основные типы задач анализа данных

Базируясь на вышеизложенной концепции, можно определить основные типы задач анализа данных, возникающие при построении суррогатных моделей.

2.1. Идентификация класса рассматриваемых объектов, создание математической модели описания объектов и условий их функционирования (model construction and identification)

Как и при построении любой модели M достаточно сложного объекта, определяющей функцию $F_M(X,Y)$, необходимо использовать некоторые модели для описания аргументов (X,Y) функции F: модели описания объектов рассматриваемого класса и модели условий их функционирования. При построении суррогатных моделей, основанных на математических методах анализа и обработки данных, необходимо иметь достаточно компактные описания входных данных, обеспечивая при этом достаточную адекватность. Например, детальное описание поверхности самолета, состоящее из десятков тысяч чисел, необходимо заменить небольшим числом геометрических характеристик объекта (порядка десятков и сотен), отражающих наиболее существенные (с точки зрения решаемой инженерной задачи) свойства объекта [2], [3].

Построение «низкоразмерных» параметрических моделей для описания условий функционирования носит, как правило, предметно-ориентированный характер. Например, в задачах аэродинамического проектирования, в крейсерском режиме полета условия набегающего потока описываются несколькими параметрами (числа Маха и Рейнольдса, углы атаки и скольжения и др.), а для учета турбулентности могут использоваться низкорейнольдовские (k, ε) модели (или даже более простые алгебраические модели для пути смещения, как это сделано в широко используемом промышленном пакете вычислительной аэродинамики SRAR-CD). Но модели описания объектов могут строиться на универсальных когнитивных технологиях, основанных на анализе данных.

2.2. Создание консолидированных (гармонизированных) данных (data fusion)

Имеющиеся данные могли быть получены с помощью разных методов и моделей, для разных условий и с разной точностью. На основании таких данных могут быть построены так называемые консолидированные (гармонизированные) данные, в которых для каждого значения аргумента имеется ровно одно измерение, которое характеризуется единственным точностным параметром [2], [4]. Общая проблема получения консолидированных гармонизированных данных является особенно важной при построении суррогатных моделей, основанных на анализе и обработке данных.

При создании консолидированных данных возможно планирование и проведение дополнительных вычислительных экспериментов для получения недостающих данных или повышения точности уже имеющихся данных. Результатом будет являться множество консолидированных данных

$$\Sigma_{cons} = \{(X, Y, Z = F_{cons}(X, Y)), (X, Y) \in D_{cons}\}, \quad (4)$$

где D_{cons} состоит из множества значений аргумента (X, Y), для которых имеются консолидированные данные, а F_{cons} обозначает результат построения консолидированных данных. Можно также считать, что имеется метод (способ) M_{cons} получения консолидированных данных.

Так же, как и для исходных данных, предполагается приемлемая точность консолидированных данных:

$$F_{cons}(X, Y) \approx F(X, Y), \qquad (X, Y) \in D_{cons}. \qquad (5)$$

2.3. Построение аппроксимаций многомерных зависимостей для создания суррогатной модели объекта (construction of approximations)

С учетом предположений (1), (5) можно рассматривать множество $\sum_{cons}$ (4) как множество приближенных известных значений искомой неизвестной функции F(X,Y). Поэтому задача построения суррогатной модели может рассматриваться как задача аппроксимации, т.е. как задача построения аппроксимирующей функции

$$F_{appr}(X,Y) = F_{appr}(X,Y|\sum_{cons}), \qquad (6)$$

которая приближенно вычисляет значения характеристики Z в заданной точке (X,Y) по множеству $\sum_{cons}$ (4) приближенных известных значений функции F(X,Y) в конечном числе точек $(X,Y) \in D_{cons}$. Построенная функция $F_{appr}(X,Y)$ (6) и принимается в качестве суррогатной модели $F_S(X,Y)$ [2], [3].

2.4. Снижение размерности данных (data dimension reduction)

При построении функции $F_{appr}(X,Y)$ используются современные методы анализа данных на основе искусственных нейронных сетей, машины опорных векторов, кригинга и т.д. Однако эффективное применение указанных методов требует, чтобы размерность аргумента (X,Y) была не очень высокой (не больше нескольких сотен). В силу этого необходимо применять методы снижения размерности данных, при этом предполагается, что $F_{appr}(X,Y) = G(D(X,Y))$ для некоторой функции G(•), где D(X,Y) – такое преобразование аргумента (X,Y), которое снижает размерность аргумента до внутренней размерности или близкой к ней (под внутренней размерностью данных понимается такое количество параметров, которое достаточно, чтобы объяснить наблюдаемые свойства данных [5], [6]).

Отметим, что можно выделить несколько подходов к снижению размерности данных:

1. Междисциплинарные подходы, которые не учитывают специфики данных и могут применяться для данных любой природы. В данном подходе важную роль играют методы: на основе итерационных процедур главных компонент для равномерных метрик [6]; основанные на копирующих искусственных нейронных сетях [5], [7]; использующие построение ортогональных нелинейных многообразий [8], [9].

2. Подходы, учитывающие специфику данных. Здесь стоит упомянуть методы: основанные на параметрическом описании сжимаемых данных (учитывается, что данные могут описывать, например, какой-либо сложный геометрический объект) [5], [10]; использующие обобщенные копирующие искусственные нейронные сети для функциональных критериев качества [5]; учитывающие наличие предикатов [11].

3. Каскадный подход, включающий в себя вышеназванные методы [5], [9].

Заметим, что для построения множества данных $\sum_{cons}$ требуется процедура генерации объектов, принадлежащих заданному классу и похожих на объекты, описываемые множеством данных $\sum_{cons}$. Именно на основе методов снижения размерности удается построить процедуры, позволяющие генерацию объектов с заданными свойствами [7].

2.5. Валидация и оценивание точности созданной суррогатной модели (accuracy estimation and model validation)

Необходимо проверить адекватность созданной суррогатной модели F_S, то есть оценить величину погрешности e(X,Y) [4] в соотношении (3), возникающей при замене функции $F_M(X,Y)$ функцией $F_S(X,Y)$, с использованием независимых высокоточных

данных (High Fidelity Data), которые принимаются в качестве эталонных реальных данных. Также должна решаться задача прогноза погрешности e(X,Y) (3) для конкретных входных данных (X,Y).

3. Методологические основы подходов к решению задач снижения размерности и аппроксимации зависимостей

Рассмотрим более подробно две математические задачи, решаемые при создании суррогатных моделей:

– задача снижения размерности при создании математических моделей описания объектов,

– задача аппроксимации зависимостей при создании суррогатных моделей.

Задача снижения размерности при создании математических моделей описания объектов формулируется следующим образом. Пусть $B = \{b\}$ есть множество рассматриваемых объектов. Для каждого объекта $b \in B$ имеется его детальное описание $X = X(b)$ с максимальной степенью детальности. В реальных задачах размерность N вектора X может достигать тысяч чисел.

Зафиксируем некоторый набор параметров объекта $H_{mod}(b)$, определяющий отображение

$$H_{mod}(b): B \to G_{mod}, \tag{7}$$

где множество

$$G_{mod} = \{H_{mod}(b),\ b \in B\}, \tag{8}$$

являющееся образом множества B при отображении H_{mod}, является фактор-пространством множества объектов B, определяемое отображением H_{mod}.

Очевидно, что в общем случае существует целое множество объектов:

$$B_{mod}(h) = \{b \in B: H_{mod}(b) = h\}$$

с одним и тем же набором параметров h, и отображение H_{mod} определяет разбиение пространства B на непересекающиеся подмножества $B_{mod}(h)$, $h \in G_{mod}$.

Для каждого объекта $b \in B$ выберем (определим некоторым образом) **единственный** объект

$$b_{mod} = b_{mod}(b) \in B_{mod}(H_{mod}(b)),$$

называемый **модельным объектом**, соответствующим исходному объекту b, и обозначим

$$B_{mod} = \{b_{mod}(b),\ b \in B\} \subset B$$

множество всех модельных объектов. По построению, между множествами B_{mod} и G_{mod} существует взаимно-однозначное соответствие, определяемое прямым (7) и обратным отображениями:

$$H^{-1}_{mod} : G_{mod} \to B_{mod}, \tag{9}$$

с помощью которых модельный объект определяется как

$$b_{mod}(b) = H^{-1}_{mod}\ (H_{mod}(b)). \tag{10}$$

Модельный объект (10), построенный по объекту b с помощью пары отображений $\{H_{mod},\ H^{-1}_{mod}\}$, будем называть также **модельным представлением**, или **модельным аналогом** объекта b.

По построению, множество модельных объектов B_{mod} является многообразием в пространстве объектов B, параметризованным с помощью отображения H^{-1}_{mod}, определенного на фактор-пространстве G_{mod} (8). Обратное отображение H^{-1}_{mod} (9) определяет также

«алгоритм восстановления», позволяющий для каждого исходного объекта $b \in B$ строить детальное описание

$$X_{mod} = X(b_{mod}(b)) = X(H^{-1}_{mod}(H_{mod}(b))), \qquad (11)$$

соответствующего модельного объекта $b_{mod}(b)$ (10).

Если вектор $H_{mod}(b)$ имеет небольшую (по сравнению с размерностью N детального описания $X(b)$) размерность n и если все объекты $b \in B_{mod}(h)$, имеющие одно и то же значение вектора параметров модели h, имеют близкие детальные описания, то есть если

$$X(b') \approx X(H^{-1}_{mod}(h))$$

для всех $h \in G_{mod}$ и $b' \in B_{mod}(h)$, то пара отображений $\{H_{mod}, H^{-1}_{mod}\}$ определяет процедуру снижения размерности (сжатия) описания объекта:

– отображение H_{mod} определяет процедуру снижения размерности (сжатия) детального описания объекта:

$$X(b) \to H_{mod}(b),$$

и величину $H_{mod}(b)$ можно считать «сжатым» описанием объекта;

– отображение H^{-1}_{mod} определяет процедуру восстановление детального описания объекта по его сжатому описанию:

$$H_{mod}(b) \to X(H^{-1}_{mod}(H_{mod}(b))),$$

и погрешность приближенного равенства

$$X(b) \approx X(H^{-1}_{mod}(H_{mod}(b))) \qquad (12)$$

определяет точность процедуры сжатия.

Однако постановка **задачи снижения размерности**, решаемой при создании суррогатных моделей, имеет ряд особенностей:

– к стандартным требованиям близости (12) исходного описания и описания, восстановленного после сжатия, могут добавляться различные требования, например, требования «функциональной» близости этих описаний:

$$F(X(b), Y) \approx F(X(H^{-1}_{mod}(H_{mod}(b))), Y); \qquad (13)$$

класс рассматриваемых объектов $B = \{b\}$ не имеет, как правило, точного описания и определяется конечным множеством его «представителей» (прототипов), задаваемых множеством их детальных описаний

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_T = \{X(b_t), t = 1, 2, \dots, T\}.$$

Задача аппроксимации зависимостей при создании суррогатных моделей [1] состоит в построении функции $F_S(X, Y)$, которая может быть принята в качестве приближенного значения неизвестного истинного значения $F(X, Y)$ характеристики Z (3).

Технология построения суррогатных моделей основана на использовании цепочки преобразований.

Преобразование 1. С использованием модели описания объектов, вместо исходного объекта b, имеющего детальное описание $X = X(b)$, рассматривается модельный объект $b_{mod}(b)$, имеющий описание $X_{mod} = X(b_{mod}(b))$ (11). Свойства модели обеспечивают приближенное равенство (13), которое позволяет свести задачу вычисления значения характеристики $F(X(b), Y)$ объекта b к задаче оценки характеристики модельного объекта $F(X(b_{mod}), Y)$.

Так как $X(b_{mod})$ зависит только от модельного объекта b_{mod} только через вектор параметров модели $h = H_{mod}(b)$, то, с учетом обозначения

$$F_{mod}(h, Y) = F(X(H^{-1}_{mod}(h)), Y), \qquad (14)$$

соотношение (13) может быть записано с помощью следующего соотношения:

$$F(X(b), Y) \approx F_{mod}(h, Y), \qquad h = h(b) = H_{mod}(b). \tag{15}$$

Тем самым, задача построения модели для вычисления F(X(b), Y) может быть заменена на задачу построения модели для вычисления функции $F_{mod}(h(b), Y)$ (14), зависящей от аргумента h с существенно более низкой, по сравнению с X, размерностью.

Преобразование 2. Пусть M – некоторая существующая модель, позволяющая вычислять приближенное значение $F_M(X(b), Y)$ характеристики Z. Из условия (1) следует, что для модельных объектов имеет место приближенное равенство:

$$F_M(X(b_{mod}(b)), Y) \approx F_{mod}(h, Y), \qquad h = h(b) = H_{mod}(b).$$

Обозначив

$$F_{Mmod}(h, Y) = F_M(X(H_{mod}^{-1}(h)), Y),$$

получаем:

$$F_{Mmod}(h, Y) \approx F_{mod}(h, Y), \qquad h = h(b) = H_{mod}(b). \tag{16}$$

Тем самым, модель для вычисления функции $F_{mod}(h(b), Y)$ может быть заменена моделью для вычисления функции $F_{Mmod}(h(b), Y)$.

Пусть имеется множество данных Σ результатов экспериментов по вычислению характеристики Z с использованием различных моделей для множества объектов B_{cons}, по которым построено множество консолидированных данных Σ_{cons} (4), состоящих из множества значений характеристики Z, вычисленных для множества значений аргумента (X, Y), $(X, Y) \in D_{cons}$.

Рассматривая в качестве модели M метод получения консолидированных данных M_{cons} (точность которого заведомо не ниже точности каждого частного источника данных), приближенное равенство (16) можно записать в виде:

$$F_{cons}(X(b), Y) \approx F_{mod}(H_{mod}(b), Y), \qquad (X(b), Y) \in D_{cons}.$$

Обозначив

$$F_{cons\text{-}mod}(h, Y) = F_{cons}(X(H_{mod}^{-1}(h)), Y), \tag{17}$$

$$D_{cons\text{-}mod} = \{(H_{mod}(b), Y): (X(b), Y) \in D_{cons}.\}, \tag{18}$$

получаем:

$$F_{cons\text{-}mod}(h, Y) \approx F_{mod}(h, Y), \qquad (h, Y) \in D_{cons\text{-}mod}, \tag{19}$$

и, следовательно, имеется множество приближенных значений $F_{cons\text{-}mod}(h, Y)$ (17) неизвестной функции $F_{mod}(h, Y)$ для множества значений аргументов $(h,Y) \in D_{cons\text{-}mod}$ (18).

Преобразование 3. Пусть по множеству известных приближенных значений (18) построена функция $F_{appr}(h, Y)$, достаточно точно аппроксимирующая неизвестную функцию $F_{cons\text{-}mod}(h, Y)$ (19) на множестве значений аргументов $D_{mod} = \{(h, Y): Y \in G_{mod}\}$:

$$F_{appr}(h, Y) \approx F_{cons\text{-}mod}(h, Y), \qquad (h, Y) \in D_{mod}. \tag{20}$$

В результате цепочки преобразований и построений, обеспечивающих соотношения (15), (16), (19) и (20), может быть построена суррогатная модель M_{surr}, вычисляющая приближенное значение F(X, Y) характеристики Z с помощью функции:

$$F_{surr}(X(b), Y) = F_{appr}(H_{mod}(b), Y).$$

В итоге, исходная задача построения суррогатной модели для приближенного вычисления функции F(X(b), Y) может быть сведена к **задаче построения аппроксимирующей функции** $F_{appr}(h, Y)$ для вычисления значения $F_{mod}(h, Y)$.

Отметим, что типичным образом, задачи аппроксимации, возникающие при создании суррогатных моделей, имеют ряд особенностей, описанных в [1], поэтому при создании суррогатных моделей приходится разрабатывать новые комбинированные методы

аппроксимации, сочетающие в себе методы искусственного интеллекта (например, искусственных нейронных сетей) и традиционные математические методы аппроксимации и анализа данных.

Литература

1. Кулешов А.П. Когнитивные технологии в основанных на данных адаптивных моделях сложных объектов // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2008. – Вып. 1. – С. 95-106.
2. Bernstein A.V., Kuleshov A.P., Sviridenko Yu.N., Vyshinsky V.V. Fast Aerodynamic Model for Design Technology // Proceedings of West-East High Speed Flow Field Conference. – Moscow (Russia). – November 19 – 22, 2007. – Режим доступа: http://wehsff.imamod.ru/pages/s7.htm.
3. Бернштейн А.В., Вышинский В.В., Кулешов А.П., Свириденко Ю.Н. Применение искусственных нейронных сетей для определения нагрузок по крылу пассажирского самолета на режиме крейсерского полета // Труды ЦАГИ. – 2008. – Вып. №2678.
4. Бернштейн А.В., Кулешов А.П. Методология оценивания точности в технологии быстрого вычисления характеристик сложных технических объектов // Информационные технологии. Прил. 2006. – № 3. – С. 17-22.
5. Бернштейн А.В., Кулешов А.П. Когнитивные технологии в проблеме снижения размерности описания геометрических объектов // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2008. – Вып. 2.
6. Бурнаев Е.В., Чернова С.С. Об итеративном алгоритме подсчета взвешенных главных компонент // Информационные процессы. – 2008. – Т. 8. – Вып. 2. – С. 1-9. – Режим доступа: http://www.jip.ru/Contents.htm
7. Свириденко Ю.Н. Применение методов сжатия данных для случайной генерации объектов с заданными аэродинамическими характеристиками // Труды ЦАГИ. – 2008. – Вып. № 2678.
8. Бернштейн А.В., Кулешов А.П. Построение ортогональных нелинейных многообразий в задачах снижения размерности // Труды VII Международной школы-семинара «Многомерный статистический анализ и эконометрика». – пос. Цахкадзор (Респ. Армения). – 21 – 30 сентября, 2008.
9. Бернштейн А.В., Бурнаев Е.В., Дорофеев Е.А., Свириденко Ю.Н., Чернова С.С. Каскадные процедуры снижения размерности // Труды Одиннадцатой Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-08). – г. Дубна. – 29 сентября – 3 октября, 2008.
10. Чернова С.С., Иванова Е.П. Снижение размерности сложных геометрических объектов при наличии частных параметрических моделей // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2008. – № 4.
11. Бернштейн А.В., Кулешов А.П. Снижение размерности при наличии предикатов // Информационные процессы. – 2008. – Т. 8. – Вып. 1. – С. 47-57. – Режим доступа http://www.jip.ru/Contents.htm

О.В. Бернштейн, Є.В. Бурнаєв, Е.А. Дорофєєв, Ю.Н. Свириденко, С.С. Чернова

Про вирішення деяких завдань аналізу даних, що виникають при побудові адаптивних сурогатних моделей складних об’єктів

У статті проведений огляд основних завдань аналізу даних, що виникають при створенні адаптивних сурогатних моделей складних об’єктів. Детально розглянуті методологічні основи підходів до вирішення завдань: 1) зниження розмірності даних при створенні математичних моделей опису об’єктів; 2) апроксимації залежностей при створенні сурогатних моделей.

Статья поступила в редакцию 17.07.2008.